

Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций на основе тригонометрической теории чисел

Колодин А.В.

Тригонометрическая теория чисел позволяет определить точные значения тригонометрических функций синуса, косинуса, тангенса и котангенса на основе натуральных чисел. Тригонометрическая теория чисел позволяет точно определить значения производных и интегралов (первообразных функций) тригонометрических функций. Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций на основе тригонометрической теории чисел выявили несоответствие общепринятых значений дифференциалов и интегралов их правильным (реальным) значениям. Волновая арифметика – новый раздел, новое направление в теории чисел. Волновая арифметика или волновая теория чисел или тригонометрическая теория чисел основана на соединении арифметики и тригонометрии. В отличие от теории чисел, разработанной Л.Эйлером, основанной на комплексных числах и натуральных логарифмах, волновая арифметика – точная дисциплина, которой и должна быть математика, чего нельзя сказать о действующей в настоящее время теории чисел, но и всей математике.

Волновая арифметика, тригонометрическая теория чисел, натуральные числа.

Differentiation and integration of trigonometric functions based on trigonometric the theory of numbers

Kolodin A.V.

Trigonometric the theory of numbers allows us to determine the exact values of the trigonometric functions of sine, cosine, tangent and cotangent on the basis of natural numbers. Trigonometric number theory allows to accurately determine the value of derivatives and integrals (integral functions) of trigonometric functions. Differentiation and integration of trigonometric functions based on trigonometric the theory of numbers revealed a discrepancy between the generally accepted values of the differentials and integrals of them the correct (real) values. The wave arithmetic – a new section, a new direction in the theory of numbers. Wave wave arithmetic or number theory or trigonometric the theory of numbers is based on a combination of arithmetic and trigonometry. In contrast to the theory of numbers, developed by L. Euler, are based on complex numbers and natural logarithms, wave arithmetic is an exact science which must be mathematics, which is not the current theory of numbers, but of the whole mathematics.

The wave arithmetic, trigonometric number theory, natural numbers.

Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций на основе тригонометрической теории чисел.

Введение.

Не секрет, что высшая математика в большинстве своём имеет дело с приближенными вычислениями и позволяет производить и получать приближённые результаты в вычислениях с достаточной степенью точности.

Но какова эта достаточная степень точности?

Для ответа на этот вопрос, ответим сначала на другие два вопроса.

Вопрос 1: при каком значении **числа N** второй замечательный предел

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{N}\right)^N \text{ становится числом } e?$$

Довольно простые расчёты позволяют определить величину **числа N**, оно будет равно:

$$N = 2^{53} = 9007199254740990 = 9,0072E+15.$$

Вопрос 2: при каком значении **угла x** выполняется первый замечательный предел

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} = 1?$$

Значение **угла x°** будет равно:

$$x^\circ = 6,03709E-07 = 0,0000006037.$$

Таким образом, при числах $N \geq 9007199254740990$ и углах $x^\circ \leq 0,0000006037^\circ$, можно смело говорить, что высшая математика – точная наука. При других значениях чисел N и углах x° так сказать уже трудно и нельзя. Точная наука математика перестаёт быть точной наукой.

Данная работа направлена на преодоление такого мнения.

1. Основы тригонометрической теории чисел.

Рассмотрим спираль Феодора Киренского в прямоугольной (декартовой) системе координат.

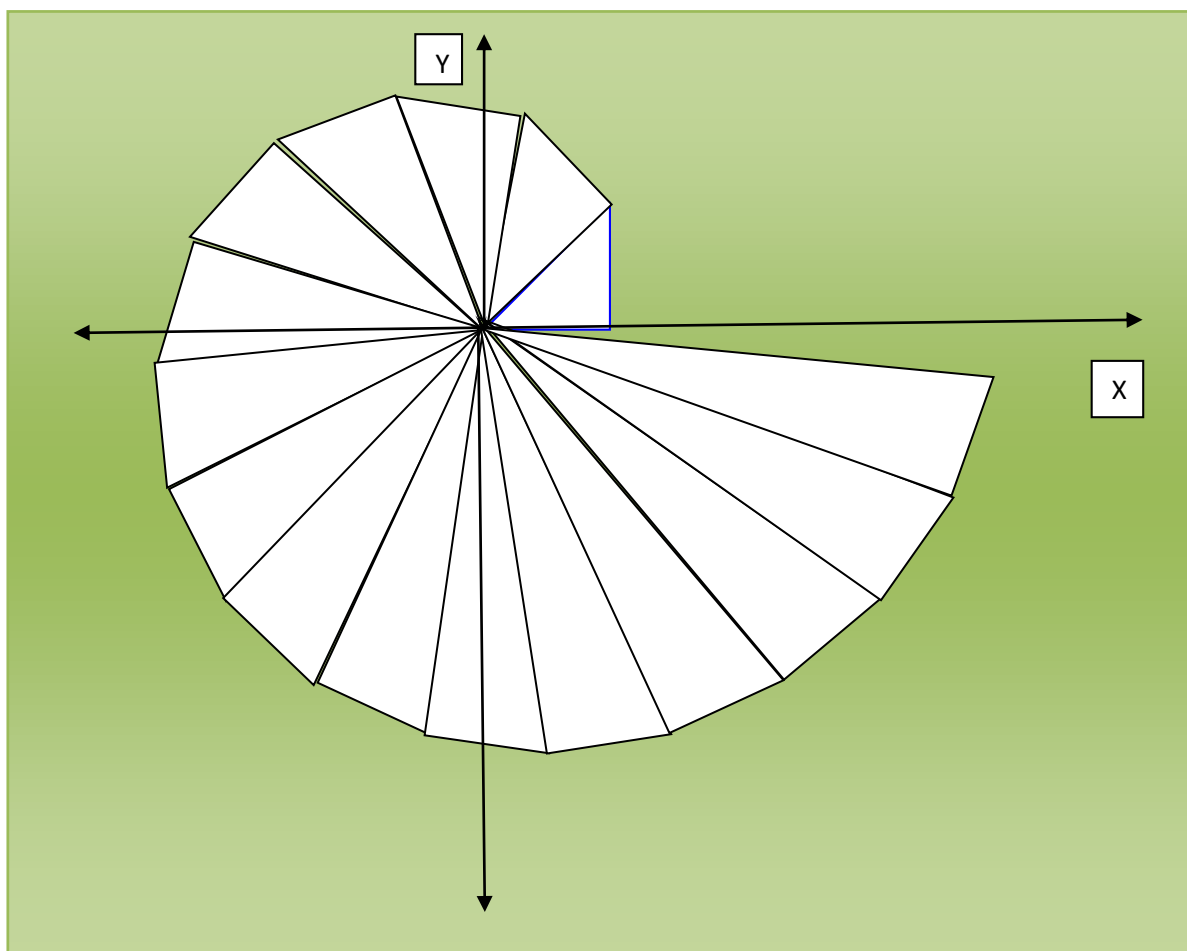


Рисунок № 1. Спираль Феодора Киренского.

Гипотенузы прямоугольных треугольников, из которых состоит спираль, равны квадратному корню из натуральных чисел от единицы до бесконечности, один из катетов всегда равен единице, второй катет последующего треугольника всегда является гипотенузой предыдущего треугольника.

Спираль Феодора Киренского наглядно показывает существование иррациональных чисел, квадратами которых являются натуральные числа, и трансцендентных чисел- углов в треугольниках, которые можно построить, но невозможно точно вычислить.

Спираль Феодора Киренского даёт возможность создать новый раздел математики – новую теорию чисел, тригонометрическую теорию чисел или волновую арифметику на основе элементарной арифметики, элементарной алгебры, геометрии и тригонометрии.

Но вернёмся к нашему доказательству.

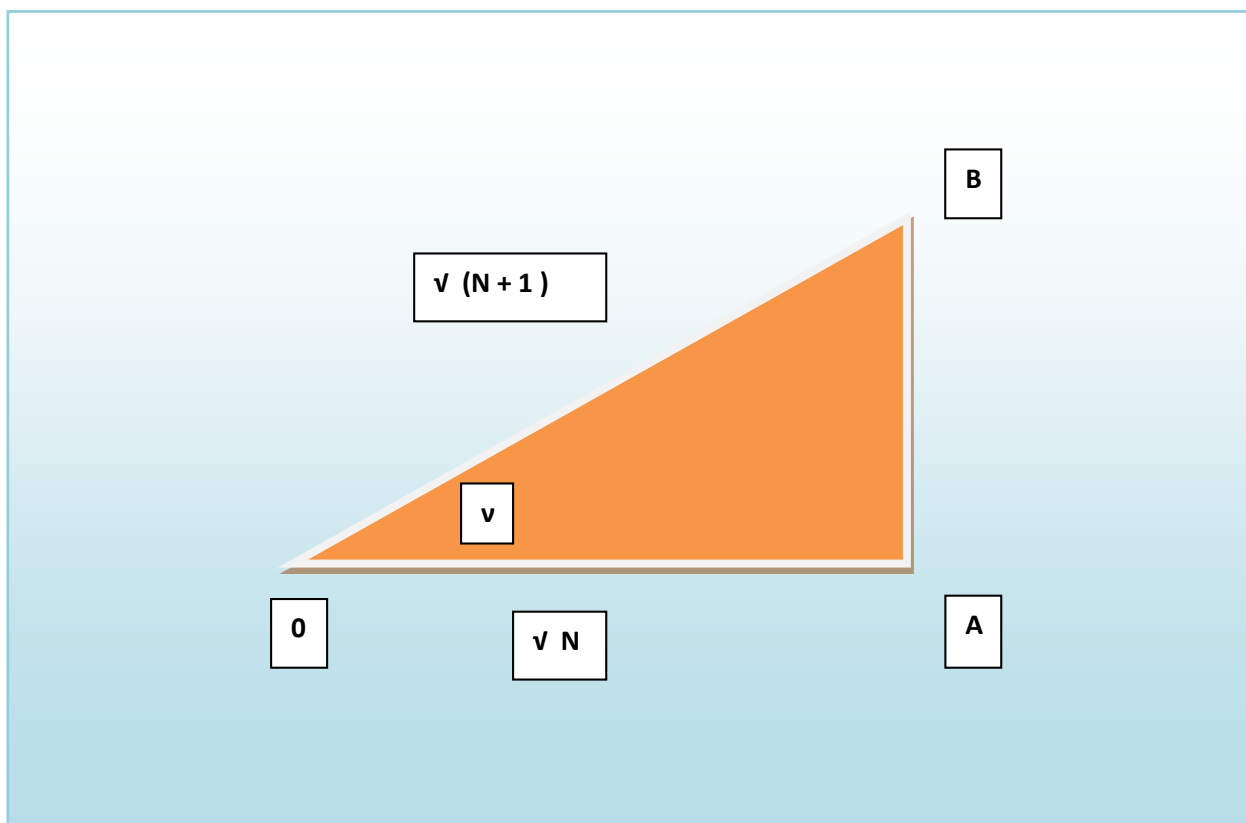


Рисунок № 2. Треугольник.

Рассмотрим какой-либо прямоугольный треугольник (рисунок № 2) из спирали Феодора Киренского.

Будем считать, что катет АВ равен 1.

Катет ОА равен $\sqrt{N}$, где N – числа натурального ряда.

На основании теоремы Пифагора гипотенуза ОВ равна $\sqrt{N + 1}$.

Угол, лежащий напротив катета АВ, назовём v (ню).

Тогда тангенс угла v равняется: $\operatorname{tg} v = 1 / \sqrt{N}$.

Синус угла v равняется: $\sin v = 1 / \sqrt{N + 1}$.

Косинус угла v равняется: $\cos v = \sqrt{N} / \sqrt{N + 1}$.

Если N_i – любое натуральное число, то на основании любого треугольника спирали Феодора Киренского получаются простые формулы – **тригонометрические формулы чисел:**

$$\operatorname{tg} v_i = \frac{1}{\sqrt{N_i}} \quad (1)$$

$$\operatorname{ctg} v_i = \sqrt{N_i} \quad (2)$$

$$\sin v_i = \frac{1}{\sqrt{N_i + 1}} \quad (3)$$

$$\cos v_i = \frac{\sqrt{N_i}}{\sqrt{N_i+1}} \quad (4)$$

Формулы двойных углов:

$$\sin 2v_i = \frac{2\sqrt{N_i}}{N_i+1} \quad (5)$$

$$\cos 2v_i = \frac{N_i-1}{N_i+1} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} 2v_i = \frac{2\sqrt{N_i}}{\sqrt{N_i-1}} \quad (7)$$

Формулы половинных углов:

$$\operatorname{tg} \frac{v_i}{2} = \sqrt{N_i+1} - \sqrt{N_i} \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \frac{v_i}{2} = \frac{(\sqrt{N_i+1}-\sqrt{N_i})}{(\sqrt{N_i+1}+\sqrt{N_i})} \quad (9)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{v_i}{2} = \sqrt{N_i+1} + \sqrt{N_i} \quad (10)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{v_i}{2} = \frac{(\sqrt{N_i+1}+\sqrt{N_i})}{(\sqrt{N_i+1}-\sqrt{N_i})} \quad (11)$$

$$\sin \frac{v_i}{2} = \frac{\sqrt{\sqrt{N_i+1}-\sqrt{N_i}}}{2} \quad (12)$$

$$\cos \frac{v_i}{2} = \frac{\sqrt{\sqrt{N_i+1}+\sqrt{N_i}}}{2} \quad (13)$$

Угол v (ню).

$$v_i = \operatorname{Arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{N_i}} \right) \quad (14)$$

$$v_i = \operatorname{Arcsin} \left(\frac{1}{\sqrt{N_i+1}} \right) \quad (15)$$

$$v_i = \operatorname{Arccos} \left(\frac{\sqrt{N_i}}{\sqrt{N_i+1}} \right) \quad (16)$$

$$v_i = \operatorname{Arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{N_i}} \right) = \operatorname{Arcsin} \left(\frac{1}{\sqrt{N_i+1}} \right) = \operatorname{Arccos} \left(\frac{\sqrt{N_i}}{\sqrt{N_i+1}} \right)$$

$$v_i = \frac{1}{2} * \operatorname{Arccos} \left(\frac{N_i-1}{N_i+1} \right) \quad (17)$$

$$N_i = \operatorname{ctg}^2 v_i \quad (18)$$

$$v_i = \operatorname{Arcctg}(\sqrt{N_i}) \quad (19)$$

Таким образом, каждое натуральное число является квадратом котангенса угла ν , который в свою очередь равен арккотангенсу из квадратного корня данного числа.

Таблица 1. Числа N, тангенсы угла ν , угол ν° .

№№	N	$\sqrt{N}$	$1 / \sqrt{N}$	$\nu = \text{arctg}(1 / \sqrt{N})$	ν°
1	1	1	1	0,785398163	45
2	2	1,414213562	0,707106781	0,615479709	35,26438968
3	3	1,732050808	0,577350269	0,523598776	30
4	4	2	0,5	0,463647609	26,56505118
5	5	2,236067977	0,447213595	0,420534335	24,09484255
6	6	2,449489743	0,40824829	0,387596687	22,2076543
7	7	2,645751311	0,377964473	0,361367124	20,70481105
8	8	2,828427125	0,353553391	0,339836909	19,47122063
9	9	3	0,333333333	0,321750554	18,43494882
10	10	3,16227766	0,316227766	0,306277369	17,54840061
11	11	3,31662479	0,301511345	0,292842772	16,77865488
12	12	3,464101615	0,288675135	0,281034902	16,10211375
13	13	3,605551275	0,277350098	0,270549763	15,50135957
14	14	3,741657387	0,267261242	0,261157411	14,96321743
15	15	3,872983346	0,25819889	0,252680255	14,47751219
16	16	4	0,25	0,244978663	14,03624347
17	17	4,123105626	0,242535625	0,237941125	13,63302223
18	18	4,242640687	0,23570226	0,231477364	13,26267601
19	19	4,358898944	0,229415734	0,225513406	12,92096638
20	20	4,472135955	0,223606798	0,219987977	12,60438265
21	21	4,582575695	0,21821789	0,214849833	12,30998866
22	22	4,69041576	0,213200716	0,210055739	12,03530731
23	23	4,795831523	0,208514414	0,205568931	11,77823215
24	24	4,898979486	0,204124145	0,201357921	11,53695903
25	25	5	0,2	0,19739556	11,30993247
26	26	5,099019514	0,196116135	0,1936583	11,09580328
27	27	5,196152423	0,19245009	0,190125603	10,89339465
28	28	5,291502622	0,188982237	0,186779461	10,70167482
29	29	5,385164807	0,185695338	0,18360401	10,51973489
30	30	5,477225575	0,182574186	0,180585214	10,34677062
31	31	5,567764363	0,179605302	0,177710601	10,1820674
32	32	5,656854249	0,176776695	0,174969046	10,02498786
33	33	5,744562647	0,174077656	0,17235059	9,874961398
34	34	5,830951895	0,171498585	0,169846288	9,731475473
35	35	5,916079783	0,169030851	0,167448079	9,594068227
36	36	6	0,166666667	0,165148677	9,462322208
37	37	6,08276253	0,164398987	0,162941479	9,335859032
38	38	6,164414003	0,162221421	0,160820481	9,214334802

39	39	6,244997998	0,160128154	0,158780215	9,097436169
40	40	6,32455532	0,158113883	0,156815685	8,984876932

Докажем, что полученные формулы являются формулами тригонометрическими.

Основная формула тригонометрии гласит, что сумма квадратов синуса и косинуса любого угла равна единице:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

В нашем случае:

$$\sin^2 v + \cos^2 v = \frac{1}{N+1} + \frac{N}{N+1} = \frac{1+N}{N+1} = 1 \quad (20)$$

Таким образом, сумма квадратов синуса угла v и косинуса угла v равна единице, то есть формулы, полученные на основании треугольников спирали Феодора Киренского являются тригонометрическими формулами.

Не менее интересна следующая формула, хотя она не является одной из основных формул тригонометрии.

Известно, что сумма квадрата синуса и квадрата косинуса любого угла равна единице.

А чему равна сумма квадратов косеканса и секанса любого угла?

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha * \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha * \sin^2 \alpha} = \frac{4}{\sin^2 2\alpha}$$

В то же время, произведение квадратов косеканса и секанса любого угла равняется:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} * \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha * \sin^2 \alpha} = \frac{4}{\sin^2 2\alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} * \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{4}{\sin^2 2\alpha}$$

Таким образом, сумма квадратов косеканса и секанса любого угла равна произведению квадратов косеканса и секанса любого угла и равна четырём квадратам косеканса двойного угла.

Выполним вторую проверку.

В нашем случае:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 v} = \frac{1}{\frac{1}{N+1}} = \frac{N+1}{1} \quad (21)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{1}{\frac{N}{N+1}} = \frac{N+1}{N} \quad (22)$$

$$\frac{1}{\sin^2 v} * \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{1}{\frac{1}{N+1}} * \frac{1}{\frac{N}{N+1}} = \frac{(N+1)^2}{N} \quad (23)$$

$$\frac{1}{\sin^2 v} + \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{N+1}{1} + \frac{(N+1)}{N} = \frac{N*(N+1)+(N+1)}{N} = \frac{(N+1)*(N+1)}{N} = \frac{(N+1)^2}{N} \quad (24)$$

$$\frac{1}{\sin^2 v} * \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{1}{\sin^2 v} + \frac{1}{\cos^2 v}$$

$$\frac{(N+1)^2}{N} = \frac{1}{\frac{N}{(N+1)^2}} = \frac{4}{\frac{4*N}{(N+1)^2}} = \frac{4}{\frac{(2\sqrt{N})^2}{(N+1)^2}} = \frac{4}{\left(\frac{2*\sqrt{N}}{N+1}\right)^2} = \frac{4}{\sin^2 2v} \quad (25)$$

$$(N+1) * \frac{(N+1)}{N} = (N+1) + \frac{(N+1)}{N} = \frac{(N+1)^2}{N} = \frac{4}{\sin^2 2v}$$

$$\frac{1}{\sin^2 v} * \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{1}{\sin^2 v} + \frac{1}{\cos^2 v} = \frac{\cos^2 v + \sin^2 v}{\cos^2 v + \sin^2 v} = \frac{4}{\sin^2 2v} \quad (26)$$

Таким образом, сумма квадратов косеканса и секанса угла v равна произведению квадратов косеканса и секанса угла v и равна четырём квадратам косеканса двойного угла v , то есть формулы, полученные на основании треугольников спирали Феодора Киренского являются тригонометрическими формулами.

И самое главное, получена формула (26), в которой произведение чисел равно их сложению.

Выводы:

Каждому числу N соответствует значение тригонометрической функции угла v :

$$\text{ctg}^2 v_i = N_i,$$

$$\text{или: } 1 / \text{tg}^2 v_i = N_i$$

При $N \rightarrow \infty$, угол $v \rightarrow 0$.

При $N = 1$, угол $v = \pi/4$, или 45° .

При $N \rightarrow 0$, угол $v \rightarrow \pi/2$, или 90° .

Вся числовая ось от нуля до бесконечности заключена между 90° и 0° .

Каждому значению числа N соответствует определённая функция угла v .

Каждому значению угла v соответствует определённая функция числа N .

В этом как раз и заключена двойственная природа чисел.

2. Дифференциалы.

2.1. Продифференцируем формулу (1): $\text{tg } v_i = \frac{1}{\sqrt{N_i}}$

$$d(\text{tg } v) = d\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) = d\left(N^{-\frac{1}{2}}\right) = -\frac{1}{2} * N^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2} * N^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} * \frac{1}{N*\sqrt{N}} \quad (27)$$

Так как: $tg v = \frac{1}{\sqrt{N}}$, то:

$$d(tg v) = -\frac{tg^3 v}{2} \quad (28)$$

Общепринятое значение $d[tg v]$:

$$d[tg v] = \frac{1}{\cos^2 v} \quad (29)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (28) к полученному значению (29) равно:

$$\frac{d[tg v]}{d(tg v)} = \frac{1}{\cos^2 v} \div \left(-\frac{tg^3 v}{2}\right) = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v} \quad (30)$$

2.2. Продифференцируем формулу (3): $\sin v = \frac{1}{\sqrt{N+1}}$

$$\begin{aligned} d(\sin v) &= d\left(\frac{1}{\sqrt{N+1}}\right) = d\left((N+1)^{-\frac{1}{2}}\right) = -\frac{1}{2} * (N+1)^{-\frac{1}{2}-1} = \\ &= -\frac{1}{2} * (N+1)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} * \frac{1}{(N+1)*\sqrt{N+1}} \end{aligned} \quad (31)$$

Так как: $\sin v = \frac{1}{\sqrt{N+1}}$, то:

$$d(\sin v) = -\frac{\sin^3 v}{2} \quad (32)$$

Общепринятое значение $d[\sin v]$:

$$d[\sin v] = \cos v \quad (33)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (33) к полученному значению (32) равно:

$$\frac{d[\sin v]}{d(\sin v)} = \cos v \div \left(-\frac{\sin^3 v}{2}\right) = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v} \quad (34)$$

2.3. Продифференцируем формулу (4): $\cos v = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N+1}}$

$$d \cos v = \frac{d(\sqrt{N}) * (\sqrt{N+1}) - \sqrt{N} * d(\sqrt{N+1})}{(\sqrt{N+1})^2} = \frac{1}{2 * (N+1) * (\sqrt{N}) * \sqrt{N+1}} \quad (35)$$

Так как: $\cos v = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N+1}}$, то:

$$d \cos v = \frac{\sin^4 v}{2 * \cos v} \quad (36)$$

Общепринятое значение $d[\cos v]$:

$$d[\cos v] = -\sin v \quad (37)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (37) к полученному значению (36) равно:

$$\frac{d[\cos v]}{d(\cos v)} = -\sin v \div \left(\frac{\sin^4 v}{2 \cos v} \right) = -\frac{2 \cos v}{\sin^3 v} \quad (38)$$

2.4. Продифференцируем формулу (2): $\operatorname{ctg} v = \sqrt{N}$

$$d(\operatorname{ctg} v) = d(\sqrt{N}) = d(N^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} * N^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} * N^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} * \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (39)$$

Так как: $\operatorname{ctg} v = \sqrt{N}$, то:

$$d(\operatorname{ctg} v) = \frac{1}{2 \operatorname{ctg} v} \quad (40)$$

Общепринятое значение $d[\operatorname{ctg} v]$:

$$d[\operatorname{ctg} v] = -\frac{1}{\sin^2 v} \quad (41)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (41) к полученному значению (40) равно:

$$\frac{d[\operatorname{ctg} v]}{d(\operatorname{ctg} v)} = -\frac{1}{\sin^2 v} \div \left(\frac{1}{2 \operatorname{ctg} v} \right) = -\frac{1}{\sin^2 v} \div \left(\frac{\sin v}{2 \cos v} \right) = -\frac{2 \cos v}{\sin^3 v} \quad (42)$$

2.5. Вычислим значения $\sin v$, $\Delta \sin v$, $d \sin v$, $\cos v$, значения сведём в таблицу № 2, где:

$$\Delta v = v_2 - v_1;$$

$$\Delta \sin v = \sin v_2 - \sin v_1;$$

$$d(\sin v) = -\frac{\sin^3 v}{2};$$

$$d[\sin v] = \cos v.$$

Таблица 2. Значения v , $\Delta \sin v$, $d(\sin v)$, $d[\sin v]$.

N	Δv	$\Delta (\sin v)$	$d (\sin v) = -\sin^3 v / 2$	$\Delta (\sin v)$	$d [\sin v] = \cos v$
1	0,785398163	-	-0,176776695	0	0,707106781
2	0,169918455	0,129756512	-0,096225045	-0,129756512	0,816496581
3	0,091880933	0,077350269	-0,0625	-0,077350269	0,866025404

4	- 0,059951167	- 0,052786405	-0,04472136	-0,052786405	0,894427191
5	- 0,043113274	- 0,038965305	-0,034020691	-0,038965305	0,912870929
6	- 0,032937649	- 0,030283817	-0,026997462	-0,030283817	0,9258201
7	- 0,026229563	- 0,024411082	-0,022097087	-0,024411082	0,935414347
8	- 0,021530214	- 0,020220057	-0,018518519	-0,020220057	0,942809042
9	- 0,018086355	- 0,017105567	-0,015811388	-0,017105567	0,948683298
10	- 0,015473185	- 0,014716421	-0,013705061	-0,014716421	0,953462589
11	- 0,013434597	-0,01283621	-0,012028131	-0,01283621	0,957427108
12	-0,01180787	- 0,011325036	-0,010667311	-0,011325036	0,960768923
13	- 0,010485139	- 0,010088856	-0,009545044	-0,010088856	0,963624112
14	- 0,009392352	- 0,009062352	-0,00860663	-0,009062352	0,966091783
15	- 0,008477156	-0,00819889	-0,0078125	-0,00819889	0,968245837
16	- 0,007701592	- 0,007464375	-0,007133401	-0,007464375	0,9701425
17	- 0,007037538	- 0,006833365	-0,006547285	-0,006833365	0,971825316
18	- 0,006463761	- 0,006286527	-0,006037256	-0,006286527	0,973328527
19	- 0,005963958	- 0,005808936	-0,00559017	-0,005808936	0,974679434
20	- 0,005525429	- 0,005388908	-0,005195664	-0,005388908	0,975900073
21	- 0,005138144	- 0,005017174	-0,004845471	-0,005017174	0,977008421
22	- 0,004794094	- 0,004686302	-0,004532922	-0,004686302	0,978019294
23	- 0,004486808	- 0,004390269	-0,004252586	-0,004390269	0,97894501
24	-0,00421101	- 0,004124145	-0,004	-0,004124145	0,979795897
25	- 0,003962361	- 0,003883865	-0,003771464	-0,003883865	0,980580676
26	- 0,003737259	- 0,003666045	-0,003563891	-0,003666045	0,981306763
27	- 0,003532697	- 0,003467853	-0,003374683	-0,003467853	0,981980506
28	- 0,003346142	- 0,003286898	-0,003201644	-0,003286898	0,982607369

29	- 0,003175451	- 0,003121152	-0,003042903	-0,003121152	0,98319208
30	- 0,003018796	- 0,002968884	-0,00289686	-0,002968884	0,983738754
31	- 0,002874613	- 0,002828607	-0,002762136	-0,002828607	0,984250984
32	- 0,002741555	- 0,002699039	-0,00263754	-0,002699039	0,984731928
33	- 0,002618456	- 0,002579071	-0,002522038	-0,002579071	0,985184366
28 7	- 0,000102747	- 0,000102569	-0,000102301	-0,000102569	0,998262379
28 8	- 0,000102213	- 0,000102036	-0,000101771	-0,000102036	0,998268397
28 9	- 0,000101683	- 0,000101507	-0,000101245	-0,000101507	0,998274373
29 0	- 0,000101158	- 0,000100984	-0,000100723	- 0,000100984	0,998280308
Σ	0,058654665	0,648485743	-0,747616955	0,648485743	287,2762485
N	Δ v	Δ (sin v)	d (sin v) = -sin³ v / 2	Δ (sin v)	d (sin v) = cos v

С увеличением N значения $\Delta \sin v$ и $d \sin v$ становятся практически равными, в отличие от общепринятого значения.

Аналогичные значения получаются и при сравнении $\Delta \cos v$ и $d \cos v$, $\Delta \operatorname{tg} v$ и $d \operatorname{tg} v$, $\Delta \operatorname{ctg} v$ и $d \operatorname{ctg} v$.

Отношение общепринятых значений дифференциалов к полученным значениям всегда равно:

$$\frac{d[\operatorname{ctg} v]}{d(\operatorname{ctg} v)} = \frac{d[\operatorname{tg} v]}{d(\operatorname{tg} v)} = \frac{d[\sin v]}{d(\sin v)} = \frac{d[\cos v]}{d(\cos v)} = -\frac{2 \cdot \cos v}{\sin^3 v} \quad (43)$$

Вывод: общепринятые значения дифференциалов тригонометрических функций подсчитаны не правильно.

2.6. Формулы дифференциалов тригонометрических функций.

$$d(\sin^2 v) = 2 * \sin v * d(\sin v) = 2 * \sin v * -\frac{\sin^3 v}{2} = -\sin^4 v \quad (44)$$

$$d(\cos^2 v) = 2 * \cos v * d(\cos v) = 2 * \cos v * \frac{\sin^4 v}{2 * \cos v} = \sin^4 v \quad (45)$$

$$d(\sin^2 v) + d(\cos^2 v) = -\sin^4 v + \sin^4 v = 0 \quad (46)$$

$$d(\cos^2 v) - d(\sin^2 v) = 2 * \sin^4 v = d(\cos 2v)$$

$$d(\cos 2v) = 2 * \sin v^4 \quad (47)$$

Общепринятое значение $d[\cos 2v]$:

$$d[\cos 2v] = -2 * \sin 2v \quad (48)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (48) к полученному значению (47) равно:

$$\begin{aligned} \frac{d[\cos 2v]}{d(\cos 2v)} &= -2 * \sin 2v \div (2 * \sin^4 v) = -4 * \sin v * \cos v \div (2 * \sin^4 v) = \\ &= -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(\sin 2v) &= d(2 * \sin v * \cos v) = 2 * (d(\sin v) * \cos v + \sin v * d(\cos v)) = \\ &= 2 * \left(-\frac{\sin^3 v}{2} * \cos v + \sin v * \frac{\sin^4 v}{2 * \cos v} \right) = 2 * \left(-\frac{\sin^3 v}{2 * \cos v} * (\cos^2 v - \sin^2 v) \right) = \\ &= 2 * \left(-\frac{\sin^3 v}{2 \cos v} * \cos 2v \right) = \frac{\sin^3 v * \cos 2v}{\cos v} \end{aligned} \quad (49)$$

Общепринятое значение $d[\sin 2v]$:

$$d[\sin 2v] = 2 * \cos 2v \quad (50)$$

Отношение общепринятого значения дифференциала (50) к полученному значению (49) равно:

$$\frac{d[\sin 2v]}{d(\sin 2v)} = 2 * \cos 2v \div \left(\frac{\sin^3 v * \cos 2v}{\cos v} \right) = \frac{2 * \cos 2v * \cos v}{\sin^3 v * \cos 2v} = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v}$$

$$d(\operatorname{tg}^2 v) = 2 * \operatorname{tg} v * d(\operatorname{tg} v) = 2 * \operatorname{tg} v * -\frac{\operatorname{tg}^3 v}{2} = -\operatorname{tg}^4 v \quad (51)$$

$$d(\operatorname{tg} v^2) = -\frac{1}{N^2}$$

$$d(\operatorname{ctg}^2 v) = 2 * \operatorname{ctg} v * d(\operatorname{ctg} v) = 2 * \operatorname{ctg} v * \frac{1}{2 * \operatorname{ctg} v} = 1 \quad (52)$$

В нашем случае: $d(\operatorname{ctg}^2 v) = d(N) = 1 * N^{1-1} = 1 * N^0 = 1 * 1 = 1$

В числовом ряде натуральных чисел разница между последующим и предыдущими числами всегда равна единице.

$$\Delta N = (N + 1) - N = 1$$

Общепринятое значение $d[\text{ctg}^2 v]$:

$$d[\text{ctg}^2 v] = 2 * \text{ctg} v * d[\text{ctg} v] = 2 * \frac{\cos v}{\sin v} * \left[-\frac{1}{\sin^2 v} \right] = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v} \quad (53)$$

Общепринятое значение дифференциала квадрата котангенса угла v $d[\text{ctg}^2 v]$ значительно отлично от единицы: $d[\text{ctg}^2 v] \neq 1$.

Отношение общепринятого значения дифференциала (53) к полученному значению (52) равно:

$$\frac{d[\text{ctg}^2 v]}{d(\text{ctg}^2 v)} = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v} / 1 = -\frac{2 * \cos v}{\sin^3 v}$$

Таблица 3. N, значения дифференциалов $d[\text{ctg} v]$, $d[\text{ctg}^2 v]$, $d(\text{ctg} v)$, $d(\text{ctg}^2 v)$.

N	$d[\text{ctg} v] = -1 / \sin^2 v$	$d[\text{ctg}^2 v]$	$d(\text{ctg} v) = 1 / (2 * \sqrt{N})$	$d(\text{ctg}^2 v)$
	$(-1) * (N + 1)$	$(-2) * \cos v / \sin^3 v$	$\text{tg} v / 2$	ΔN
1	-2	-4	0,5	1
2	-3	-8,485281374	0,353553391	1
3	-4	-13,85640646	0,288675135	1
4	-5	-20	0,25	1
5	-6	-26,83281573	0,223606798	1
6	-7	-34,2928564	0,204124145	1
7	-8	-42,33202098	0,188982237	1
8	-9	-50,91168825	0,176776695	1
9	-10	-60	0,166666667	1
10	-11	-69,57010852	0,158113883	1
11	-12	-79,59899497	0,150755672	1
12	-13	-90,06664199	0,144337567	1
13	-14	-100,9554357	0,138675049	1
14	-15	-112,2497216	0,133630621	1
15	-16	-123,9354671	0,129099445	1
16	-17	-136	0,125	1
17	-18	-148,4318025	0,121267813	1
18	-19	-161,2203461	0,11785113	1
19	-20	-174,3559577	0,114707867	1
20	-21	-187,8297101	0,111803399	1
21	-22	-201,6333306	0,109108945	1
22	-23	-215,759125	0,106600358	1
23	-24	-230,1999131	0,104257207	1
24	-25	-244,9489743	0,102062073	1
25	-26	-260	0,1	1
26	-27	-275,3470537	0,098058068	1
27	-28	-290,9845357	0,096225045	1
28	-29	-306,9071521	0,094491118	1

29	-30	-323,1098884	0,092847669	1
30	-31	-339,5879857	0,091287093	1
31	-32	-356,3369192	0,089802651	1
32	-33	-373,3523805	0,088388348	1
33	-34	-390,63026	0,087038828	1
34	-35	-408,1666326	0,085749293	1
35	-36	-425,9577444	0,084515425	1
36	-37	-444	0,083333333	1
37	-38	-462,2899523	0,082199494	1
38	-39	-480,8242922	0,081110711	1

Таким образом, отношение общепринятых значений дифференциалов к полученным значениям дифференциалов тригонометрических функций всегда равно: $-\frac{2*\cos v}{\sin^3 v}$.

3. Интеграл (первообразная функция).

$$\begin{aligned} \int d(\sin v) &= \sin v \\ \int d(\sin^2 v) &= \sin^2 v \\ \int d(\operatorname{tg}^2 v) &= \operatorname{tg}^2 v = 1/N = \int d(1/N) \\ \int d(\operatorname{ctg}^2 v) &= \operatorname{ctg}^2 v = N = \int dN \end{aligned}$$

3.1. Найдём первообразную функцию формулы (3): $\operatorname{tg} v_i = \frac{1}{\sqrt{N_i}}$.

$$\int \operatorname{tg} v = \int \frac{1}{\sqrt{N}} dN = \int N^{-\frac{1}{2}} dN = \frac{N^{1-\frac{1}{2}}}{1-\frac{1}{2}} = 2 * N^{\frac{1}{2}} = 2 * \sqrt{N} = \frac{2}{\operatorname{tg} v} = 2 * \operatorname{ctg} v \quad (54)$$

Общепринятое значение $[\int \operatorname{tg} v]$:

$$[\int \operatorname{tg} v] = -\ln \cos v \quad (55)$$

Отношение общепринятого значения интеграла (55) к полученному значению (54) равно:

$$\frac{[\int \operatorname{tg} v]}{\int \operatorname{tg} v} = \frac{-\ln \cos v}{2 * \operatorname{ctg} v}.$$

Дважды продифференцируем $\int \operatorname{tg} v = \frac{2}{\operatorname{tg} v}$ и $[\int \operatorname{tg} v] = -\ln \cos v$ и сравним отношение:

$$\frac{d^2[\int \operatorname{tg} v]}{d^2 \int \operatorname{tg} v} = \frac{d[\operatorname{tg} v]}{d \operatorname{tg} v} = \frac{2 * \cos v}{\sin v^3}, \text{ что соответствует ранее полученному результату.}$$

3.2. Найдём первообразную функцию формулы (3): $\sin v = \frac{1}{\sqrt{N+1}}$.

$$\begin{aligned} \int \sin v &= \int \frac{1}{\sqrt{N+1}} dN = \int (N+1)^{-\frac{1}{2}} dN = \frac{(N+1)^{1-\frac{1}{2}}}{1-\frac{1}{2}} = 2 * (N+1)^{\frac{1}{2}} = 2 * \sqrt{N+1} = \\ &= \frac{2}{\sin v} \end{aligned} \quad (56)$$

Общепринятое значение $[\int \sin v]$:

$$[\int \sin v] = -\cos v \quad (57)$$

Отношение общепринятого значения интеграла (57) к полученному значению (56) равно:

$$\frac{[\int \sin v]}{\int \sin v} = -\cos v / \frac{2}{\sin v} = \frac{-\cos v}{2} * \sin v = -\frac{1}{4} * \sin 2v \quad (55)$$

Дважды продифференцируем $\int \sin v = \frac{2}{\sin v}$ и $[\int \sin v] = -\cos v$ и сравним отношение:

$$\frac{d^2[\int \sin v]}{d^2 \int \sin v} = \frac{d[\sin v]}{d \sin v} = \frac{2 * \cos v}{\sin v^3}, \text{ что соответствует ранее полученному результату.}$$

3.3. Найдём первообразную функцию формулы (3): $ctg v_i = \sqrt{N_i}$.

$$\int ctg v = \int \sqrt{N} dN = \int N^{\frac{1}{2}} dN = \frac{N^{1+\frac{1}{2}}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} * N^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} * \sqrt{N} * N = \frac{2}{3 * ctg^3 v} = \frac{2}{3} * ctg^3 v \quad (56)$$

Общепринятое значение $[\int ctg v]$:

$$[\int ctg v] = \ln \sin v \quad (57)$$

Отношение общепринятого значения интеграла (57) к полученному значению (56) равно:

$$\frac{[\int ctg v]}{\int ctg v} = \ln \sin v / \frac{2}{3} * ctg^3 v = \frac{3 * \ln \sin v}{2 * ctg^3 v}$$

3.4. Найдём первообразную функцию формулы (18): $ctg^2 v_i = N_i$.

$$\int ctg^2 v = \int N * dN = \frac{N^{1+1}}{1+1} = \frac{N^2}{2} = \frac{ctg^4 v}{2} \quad (58)$$

Общепринятое значение $[\int ctg^2 v]$:

$$[\int ctg^2 v] = \int \frac{1 - \sin^2 v}{\sin^2 v} = \int \left(\frac{1}{\sin^2 v} - 1 \right) = -ctg v - N = -ctg v - ctg^2 v \quad (59)$$

Отношение общепринятого значения интеграла (59) к полученному значению (58) равно:

$$\begin{aligned} \frac{[\int ctg^2 v]}{\int ctg^2 v} &= (-ctg v - N) / \frac{ctg^4 v}{2} = \frac{2 * (-ctg v - ctg^2 v)}{ctg^4 v} = \\ &= -2 * \left(\frac{1}{ctg^3 v} + \frac{1}{ctg^2 v} \right) \end{aligned}$$

3.5. Сравним отношения интегралов: $\frac{\int ctg v}{\int tg v}$:

$$\frac{\int ctg v}{\int tg v} = \frac{2}{3} * ctg^3 v / 2 * ctg v = \frac{ctg^2 v}{3} = \frac{N}{3}$$

$$\frac{[\int ctg v]}{[\int tg v]} = \frac{\ln \sin v}{-\ln \cos v} = -\log_{\cos v} \sin v$$

3.6. Найдём первообразную функцию формулы: $tg^2 v_i = \frac{1}{N_i}$.

$$\int \mathbf{tg}^2 \nu = \int N^{-1} * dN = \frac{N^{-1+1}}{-1+1} = \frac{N^0}{0} = \frac{1}{0} \quad (60)$$

Общепринятое значение $[\int \mathbf{tg} \nu^2]$:

$$[\int \mathbf{tg}^2 \nu] = \int \frac{1-\cos^2 \nu}{\cos^2 \nu} = \int \left(\frac{1}{\cos^2 \nu} - 1 \right) = \mathbf{tg} \nu - N = \mathbf{tg} \nu - \mathbf{ctg}^2 \nu \quad (61)$$

3.7. Найдём первообразную функцию формулы: $\sin^2 \nu_i = \frac{1}{1+N_i}$.

$$\int \sin^2 \nu = \int (N+1)^{-1} * dN = \frac{(N+1)^{-1+1}}{-1+1} = \frac{(N+1)^0}{0} = \frac{1}{0} \quad (62)$$

3.8. Определим фактическое (реальное) значение интеграла $\int \mathbf{ctg}^2 \nu$.

Известно, сумма членов натурального ряда: $\sum_1^N N = \frac{N*(N+1)}{2}$.

$$\frac{N * (N+1)}{2} = \frac{N^2}{2} + \frac{N}{2}$$

$$\frac{N*(N+1)}{2} = \frac{\mathbf{ctg}^2 \nu}{2*\sin^2 \nu}$$

$$\frac{N^2}{2} = \int \mathbf{ctg}^2 \nu$$

$$\frac{N}{2} = \frac{\mathbf{ctg}^2 \nu}{2}$$

$$\sum_1^N N = \sum_1^N \mathbf{ctg}^2 \nu = \int \mathbf{ctg}^2 \nu + \frac{\mathbf{ctg}^2 \nu}{2}$$

$$\int \mathbf{ctg}^2 \nu = \frac{\mathbf{ctg}^2 \nu}{2*\sin^2 \nu} - \frac{\mathbf{ctg}^2 \nu}{2} = \frac{N}{2*\frac{1}{(N+1)}} - \frac{N}{2} = \frac{N^2+N-N}{2} = \frac{N^2}{2} = \frac{\mathbf{ctg}^4 \nu}{2}$$

Общепринятое значение $[\int \mathbf{ctg}^2 \nu]$:

$$[\int \mathbf{ctg}^2 \nu] = -\mathbf{ctg} \nu - \mathbf{ctg}^2 \nu$$

Разница между фактическим (реальным) значением $\int \mathbf{ctg}^2 \nu$ и общепринятым значением составляет:

$$\int \mathbf{ctg}^2 \nu - [\int \mathbf{ctg}^2 \nu] = \frac{N^2}{2} + \sqrt{N} + N = \frac{\mathbf{ctg}^4 \nu}{2} + \mathbf{ctg}^2 \nu + \mathbf{ctg} \nu \quad (63) .$$

4. Заключение.

Тригонометрическая теория чисел позволяет определить точные значения тригонометрических функций синуса, косинуса, тангенса и котангенса на основе натуральных чисел.

Тригонометрическая теория чисел позволяет точно определить значения производных и интегралов (первообразных функций) тригонометрических функций.

Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций на основе тригонометрической теории чисел выявили несоответствие общепринятых значений дифференциалов и интегралов их правильным (реальным) значениям.

Список использованной литературы:

1. Выгодский М.Я. «Справочник по элементарной математике». Москва, 2001 г., 416 стр.. ISBN 5-7102-0190-1.
2. Мир математики: Т. 5: Клауди Альсина. «Секта чисел. Теорема Пифагора». Москва, 2014 г., 160 стр.. ISBN 978-5-9774-0633-8(т. 5).
3. Письменный Д.Т. «Конспект лекций по высшей математике: полный курс. Москва, Айрис-пресс, 2013, 608 стр.. ISBN 978-5-8112-4866-7.
4. Тобиас Данциг. «Числа – язык науки». Москва, Техносфера, 2008 г., 304 стр.. ISBN 978-5-94836-172-7.